Поддержка принятия решений при обосновании программы развития сложной системы в условиях нечёткой информации

Б. Х. Санжапов
Волгоградский государственный медицинский университет

Аннотация: Предлагается подход к решению задачи обоснования проекта развития сложной системы при учете возможности реализации значений ее характеристик. Генеральная цель формулируется в терминах теории нечетких множеств и теории возможностей. На основании глобальной цели развития сложной системы определяются локальные цели и задачи, решение которых способствует к её приближению. Достижение генеральной цели связано с решением вопроса оценки степени приближения к поставленным целям при учете ограничений на значения показателей системы. В отличие от существующих моделей, предлагаемый подход позволяет рассмотреть более общую зависимость между элементами системы, учесть нечеткий характер реализации параметров входящих в систему средств. Для решения поставленной задачи разработан эффективный декомпозиционный метод.
Ключевые слова: сложная система, нечеткое множество, распределение возможностей, генеральная цель, декомпозиционный алгоритм.

Введение

Для решения задачи обоснования проекта развития многих систем, например, таких, как городские, экологические и другие, необходимо учитывать возможности реализации значений ее характеристик. На ранней стадии анализа проекта сложной системы отсутствуют точные значения многих параметров, влияющих на функционирование всей системы. В свою очередь, также довольно сложно описать взаимовлияние различных входящих в систему подсистем. Таким образом, для учёта всех особенностей процесса проектирования развития сложной системы необходимо использовать разработанные методы анализа систем, принятия решений [1,2].

При таких обстоятельствах, в качестве математического аппарата, целесообразно использовать подходы теории нечетких множеств и возможностей [3,4]. Исследование задач принятия решений в условиях неопределенности на каждом уровне иерархического представления модели сложной системы рассматривается в [5,6]. Заметим, что теория нечетких множеств широко применяется для решения прикладных задач при исследовании различных проблем [7,8].

При проектировании развития многих сложных систем объективно необходимо учитывать ограничения на имеющиеся ресурсы и рассмотреть зависимость между параметрами в более общем виде. В таких условиях довольно сложно непосредственно использовать результаты работы [9]. Поэтому представляет интерес развитие метода анализа системы в условиях неопределенности при рассмотрении сформулированных выше ограничений [9,10].

Формализация задачи анализа развития системы

Рассмотрим показатели анализируемой системы $X_1,\ldots,X_N$. Построим граф $G=(X,E,F)$, в котором множество вершин $X=\{X_1,\ldots,X_N\}$ характеризует показатели системы; $E=\{X_i,X_j\}$ – множество дуг графа, причем $\{X_i,X_j\}\in E$ при условии: значение x_i показателя X_i вычисляется на основании значения $x_j - X_j$; $F=\{f_i^-,f_i^+\}$ – множество таких функций, что

$$f_i^-(x_{i_1},\ldots,x_{i_n}) \le x_i \le f_i^+(x_{i_1},\ldots,x_{i_n}), \tag{1}$$

при наличии ограничений: $\Gamma_{X_i}=(X_{i_1},\ldots,X_{i_n})$, граф G не содержит контуров. Последнее ограничение позволит построить иерархию на множестве показателей системы, то есть, определить не имеющие общих элементов множества $V_1,...,V_M$, для которых $\Gamma_{X_i} = \varnothing$, если $X_i \in V_M$, и $\Gamma_{X_i}^{-1} = \varnothing$ – при условии, что $X_i \in V_1$. В дальнейшем будем считать: показатели $q_1,...,q_L$, характеризующие качество функционирования системы $Q_1,...,Q_L$, определяются на основе численных значений $x_{k_1},...,x_{k_p}$ вершин верхнего уровня $V_1 = \{X_{k_1},...,X_{k_p}\}$:

$$q_l = Q_l(x_{k_1},...,x_{k_p}), l = \overline{1,L}. \quad (2)$$

Учитывая неопределенность при описании требований к характеристикам системы, представим их в виде нечетких множеств:

$$\tilde{Q}_l = \{(q_l, \mu_{\tilde{Q}_l}(q_l))\}, q_l \in R^1, l = \overline{1,L}.$$

Численный показатель $\mu_{\tilde{Q}_l}(q_l)$ описывает реализацию показателя q_l и её меру принадлежности нечеткому множеству $\tilde{Q}_l$. Учитывая в некоторых случаях ограниченность поддерживающих функционирование системы ресурсов, целесообразно представить ограничения на показатели $x_{j_1},...,x_{j_m}$ нижнего уровня $X_j \in V_M = (X_{j_1},...,X_{j_m})$ в следующем виде [10] :

$$R_t(x_{j_1},...,x_{j_m}) \le R_t^0, t = \overline{1,T}. \quad (3)$$

Нечёткие множества $\tilde{X}_j = \{(x_j, \mu_j(x_j))\}, x_j \in R^1, j = j_1,..., j_m.$ представляют возможности реализации показателей нижнего уровня, причем $\mu_j(x_j)$ интерпретируется здесь как достоверность того, что значение x_j характеризует показатель X_j.

На основании принципа Беллмана Р. и Заде Л. [6, 9] сформулируем вышеизложенную задачу как оптимизационную по значениям показателей:

$$\mu_{\tilde{Q}_1}(q_1) \wedge ... \wedge \mu_{\tilde{Q}_L}(q_L) \wedge \mu_{j_1}(x_{j_1}) \wedge ... \wedge \mu_{j_m}(x_{j_m}) \to \max, \quad (4)$$

при построенных ограничениях (1)– (3).

Сформулированная задача (1) – (4), в некоторых случаях, может не содержать аналитического представления функций f_i^-, f_i^+. В связи с этим обстоятельством довольно затруднительно использовать для ее решения стандартные подходы математического программирования.

Схема последовательного анализа

Как показано выше, оптимизация в задаче (1)– (4) происходит по показателям нижнего уровня $V_M -$ $x_{j_1},...,x_{j_m}$. Предложенная схема решения задачи (1) – (4) позволяет вычислить нечеткие множества $\tilde{X}_i$ на основании рассмотрения значений параметров $X_i \in V_{M-1}$ при использовании принципа Беллмана Р. и Заде Л. [3,4,9] для всех $X_j \in \Gamma_{X_i.}$. Таким образом, схема предполагает решение задачи:

$$\mu_{\tilde{Q}_1}(q_1) \wedge ... \wedge \mu_{\tilde{Q}_L}(q_L) \wedge ... \wedge \mu_{\Pi Q_1}(q_1) \wedge ... \wedge \mu_{\Pi Q_L}(q_L) \to \max\,, \tag{5}$$

в которой $\mu_{\Pi Q_l}$ является функциями принадлежности $\Pi Q_l = \{(q_l, \mu_{\Pi Q_l}(q_l))\}, l = \overline{1, L}$

В работе [9] утверждается, что решения задач (1)– (4) и (5) в общем случае не совпадают. Эти решения будут эквивалентными при наличии ограничений: все нечёткие множества являются выпуклыми на конечных носителях, все используемые функции и показатели качества являются неубывающими по своим аргументам, решения задачи:

$$\lambda_l = \mu_{\tilde{Q}_l}(q_l) \wedge \mu_{\Pi Q_l}(q_l) \to \max\,. \tag{6}$$

подчинены условиям:

$$\mu_{\tilde{Q}_l}(q_l) \le \mu_{\Pi Q_l}(q_l) \Leftrightarrow q_l \le \hat{q}_l\,, l = \overline{1, L}\,,$$

$\hat{q}_l$ – наибольшее из оптимальных решений задачи (6) [9].

Таким образом, схема вычисления нечеткого множества $\tilde{X}_i$, характеризующего значения параметров $X_i \in X \setminus V_M$, будет выглядеть следующим образом: для каждого показателя x_i^0 ($X_i \in V_{M-1}$) вычислим $\mu_i(x_i^0) = \lambda^*$, а λ^* является решением задачи:

$$\lambda \to \max \ , \tag{7}$$

$$f_i^-(x_{j_1},...,x_{j_m}) \le x_i \le f_i^+(x_{j_1},...,x_{j_m}), \tag{8}$$

$$\Gamma_{X_i} = \{X_{j_1},...,X_{j_m}\}, \tag{9}$$

при этом должны быть выполнены ограничения:

$$\mu_j(x_j) \ge \lambda, j = j_1,..., j_m \, . \tag{10}$$

Заметим, что задача (6)– (10), в частном случае, при равенстве функций

$$f_i^-(x_{j_1},...,x_{j_m}) = f_i^+(x_{j_1},...,x_{j_m}),$$

была решена в работе [10].

Для вычисления нечётких множеств X_i будем использовать теорему о представлении [3], то есть для каждого фиксированного значения $\lambda (0 \le \lambda \le 1)$ вычислим четкие множества уровня λ для нечётких множеств X_i : $[x_i^-(\lambda), x_i^+(\lambda)]$. Эти отрезки определяются при $x_i^-(\lambda) = f_i^-(x_{s_1}^-,..., x_{s_n}^-)$, $x_i^+(\lambda) = f_i^+(x_{s_1}^+,..., x_{s_n}^+)$, здесь $x_{s_k}^-, x_{s_k}^+$ – минимальное и максимальное решения неравенств $\mu_{s_k}(x_{s_k}) \ge \lambda, k = \overline{1,n}$, при выполнении ограничений $\Gamma_{X_i} = \{X_{s_1},..., X_{s_n}\} = V_{i+1}$. Нечеткие множества ΠQ_l, характеризующие количественные показатели оценок $Q_l, l = \overline{1,L}$, вычисляются на тех же принципах, что и выше, то есть четкие множества Q_l уровня $\lambda(0 \le \lambda \le 1)$ представляются как $[a_l(\lambda), b_l(\lambda)]$. Значения граничных значений этих интервалов вычисляются следующим образом: $a_1 = Q_l(x_{k_1}^-,...,x_{k_p}^-), b_1 = Q_l(x_{k_1}^+,...,x_{k_p}^+), l = \overline{1,L}$, при этом, $x_{k_s}^-$ и $x_{k_s}^+$ являются, соответственно, минимальными и максимальными решениями неравенств

$$\mu_{k_s}(x_{k_s}) \ge \lambda, s = \overline{1,p}.$$

В результате вычисления нечетких множеств, определим степень достижения генеральной цели системы из решения задачи:

$$\lambda = \underset{\overline{1,L}}{\wedge} \lambda_l \to \max, \tag{11}$$

$\lambda_l, l = \overline{1,L}$ – определяются из решения задачи (6). Задача (11) эффективно решается методом дихотомии по λ. Пусть оптимальное решение задачи (6),(11) достигается при значении $l = l^*$, то есть $\hat{\lambda} = \hat{\lambda}_1 \wedge ... \wedge \hat{\lambda}_l = \hat{\lambda}_{l^*}$, и $\hat{q}_{l^*}$ реализуется при максимальном значении четких множеств уровня $\hat{\lambda}$ возможностей $\tilde{X}_{k_1},...,\tilde{X}_{k_p}$. Таким образом, $\hat{q}_{l^*} = Q_{l^*}(x_{k_1}^+,...,x_{k_p}^+)$, где $x_{k_s}^+$ – максимальные решения неравенств $\mu_{k_s}(x_{k_s}^+) \ge \lambda, s = \overline{1,p}$. В силу сделанных предположений, имеют место неравенства:

$$\mu_{\Pi Q_l}(\hat{q}_l) \ge \hat{\lambda}, \hat{q}_l = Q_l(x_{k_1}^+,...,x_{k_p}^+), l = \overline{1,L}.$$

Иначе, в общем случае, для какого-то значения $l' \in \overline{1,L}$ могло иметь место неравенство $\mu_{Q_{l'}}(q_{l'}) < \hat{\lambda}$.

На основании предложенной схемы были вычислены оптимальные значения показателей нижнего уровня построенного графа $V_M - \hat{x} = (\hat{x}_{j_1},...,\hat{x}_{j_m})$ и оптимальный вектор $\hat{q} = (\hat{q}_1,...,\hat{q}_L)$. Таким образом, доказано следующее:

Утверждение. При введенных предположениях вектор (q, x) является оптимальным решением задачи (1) – (4), то есть это решение может быть получено в результате решения задачи (5) –(11).

Выводы

Предложенный подход к решению задачи анализа варианта развития системы, при учете возможности реализации значений ее характеристик, позволит формализовать ограничения на значения показателей нижнего уровня построенного графа– модели системы. Разработанный эффективный декомпозиционный алгоритм сделает возможным оценку вариантов развития сложной системы в условиях нечеткой исходной информации. Полученные в статье результаты могут быть использованы при анализе экологических, городских и других систем.

Литература

1. Поспелов Г.С., Ириков В.А., Курилов А.Е. Процедуры и алгоритмы формирования комплексных программ. М.: Наука, 1985. 424 с.
2. Вентцель Е. С. Исследование операций: задачи, принципы, методология. М.: Наука, 1988. 208 с.
3. Zadeh, L.A. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibilities // Fuzzy Sets and Systems.1978. Vol.1.Pp.3-28.
4. Bellman R.E., Zadeh L.A. Decision Making in a Fuzzy Environment // Management Sciences. 1970. no. 17. Pp.141-164.

5. Sanzhapov B.Kh., Sanzhapov R.B. Decision support based on the interval relation // ARPN Journal of Engineering and applied Sciences. 2017. Vol. 12, № 15. Pp. 4601-4607.

6. Sanzhapov B.Kh., Sanzhapov R.B. Ordering Objects on the Basis of Potential Fuzzy Relation for Group Expert Evaluation // ARPN Journal of Engineering and applied Sciences. 2016. Vol. 11.no 13. Pp. 8544– 8548.

7. Емалетдинова Л.Ю., Кабирова А.Н., Катасев А.С. Методика разработки нейросетевых моделей регуляторов управления техническим объектом // Инженерный вестник Дона, 2023, № 7. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n7y2023/8544.

8. Валеев С.С., Кондратьева Н.В., Гузаиров М.Б., Исмагилова А.С. Иерархическая динамическая система управления информационной безопасностью информационной системы предприятия // Инженерный вестник Дона, 2023, №11 URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n11y2023/8802.

9. Макеев С. П., Пицык В. В., Полуденко В. А. Согласование целей развития больших технических систем с возможностями реализации их характеристик при нечеткой исходной информации // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. 1991. № 5. С. 124—132.

10. Санжапов Б.Х., Калина И.С. Обоснование реализации программы социально–экономического развития региона в условиях нечеткой информации // Известия Волгоградского государственного технического университета.2008.№8(46). С.115–118.

References

1. Pospelov G.S., Irikov V.A., Kurilov A.E. Procedury i algoritmy formirovanija kompleksnyh programm [Procedures and algorithms for the formation of complex programs]. M.: Nauka, 1985. 424 p.

2. Ventcel' E. S. Issledovanie operacij: zadachi, principy, metodologija [Operations Research: Objectives, Principles, Methodology]. M.: Nauka, 1988. 208 p.

3. Zadeh, L.A. Fuzzy Sets and Systems. 1978. V. 1. Pp.3-28.

4. Bellman R.E., Zadeh L.A. Management Sciences. 1970. №17. Pp.141-164.

5. Sanzhapov B.Kh., R.B. Sanzhapov. ARPN Journal of Engineering and applied Sciences. 2017. Vol. 12, no 15. Pp. 4601-4607.

6. Sanzhapov B.Kh, R.B. Sanzhapov. ARPN Journal of Engineering and applied Sciences. 2016. Vol. 11.no 13. Pp. 8544– 8548.

7. Emaletdinova L.YU., Kabirova A.N., Katasev A.S. Inzhenernyj vestnik Dona. 2023, № 7. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n7y2023/8544.

8. Valeyev S.S., Kondrat′yeva N.V., Guzairov M.B., Ismagilova A.S. Inzhenernyj vestnik Dona, 2023, №11. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n11y2023/8802.

9. Makeyev S.P., Picyk V.V., Poludenko V.A. Izvestija AN SSSR, Tehnicheskaja kibernetika. № 5. 1991. Pp. 124– 132.

10. Sanzhapov B.Kh., Kalina I.S. Izvestija Volgogradskogo gosudarstvennogo tehnicheskogo universiteta. 2008. № 8(46). Pp.115–118.

Дата поступления: 10.03.2024

Дата публикации: 18.04.2024