

Регрессионная модель погрешностей аппроксимации кривой тока для измерения магнитных характеристик

В.И. Король, М.В. Ланкин, Н.И. Горбатенко

Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова

Аннотация: Работа посвящена выбору оптимальных параметров аппроксимации кривой импульса тока, намагничивающего образец постоянного магнита (ПМ). Выбор производился на основе построенной регрессионной модели погрешностей аппроксимации кривой намагничивающего импульса тока от факторов, влияющих на эту погрешность. В качестве влияющих факторов выбраны: количество коэффициентов разложения Фурье-Бесселя и количество точек, по которым построена исходная функция. Экспериментальные данные получены в результате моделирования электрических процессов, протекающих в системе импульсного перемагничивания. Моделирование проводилось в среде *Micro-Cap*. Статистическая обработка проводилась в среде *Statistica*.

Ключевые слова: постоянный магнит, регрессионная модель, разложение Фурье-Бесселя, аппроксимация, импульс, факторы, функция, кривая, импульс, погрешность.

Задача аппроксимации является актуальной темой во многих исследованиях [1], в том числе в задачах магнитных измерений [2]. От выбора типа аппроксимации зависят как точностные параметры, так и параметры быстродействия аппроксимирующего алгоритма.

Цель работы состоит в выборе наиболее оптимальных параметров на основе построенной регрессионной модели погрешностей аппроксимации кривой в контексте выполнения задачи контроля магнитных параметров постоянных магнитов [3]. В настоящее время разрабатывается способ [4], который позволяет по форме намагничивающего импульса определять магнитные характеристики образца постоянного магнита. Задача контроля магнитных параметров ПМ требует измерения и аппроксимации импульса тока на намагничивающем индукторе, внутри которого расположен постоянный магнит.

В качестве исследуемого измеренного импульса выступает смоделированный в пакете *Micro-Cap* [5] импульс тока, снимаемый с намагничивающего соленоида, который охватывает магнитный материал.

При этом, импульс тока, показанный на рис. 1, имеет характерную затухающую форму.

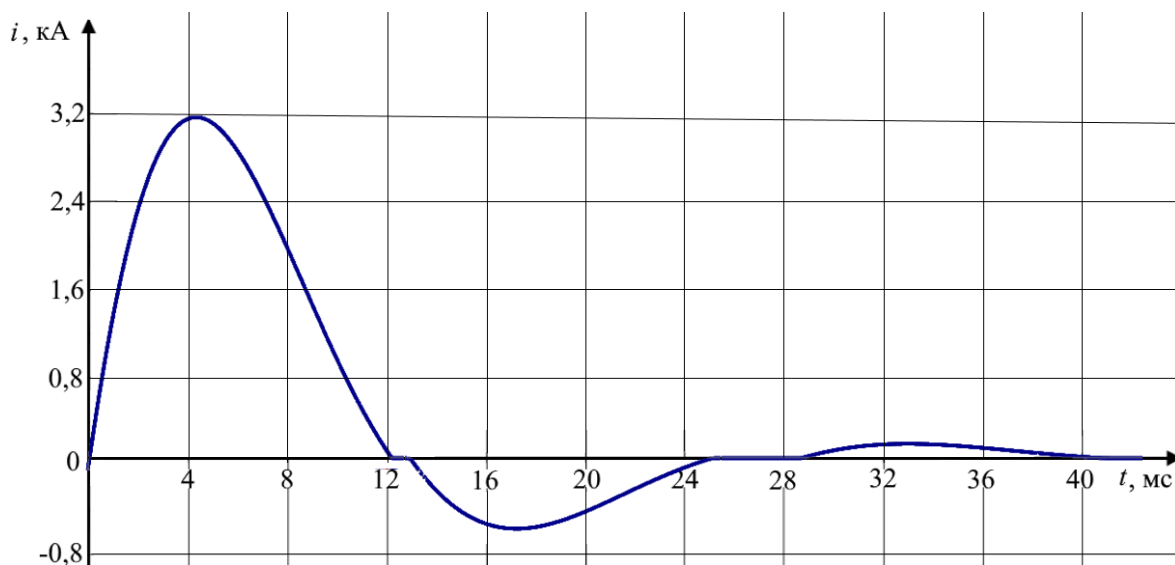


Рис. 1 – Исходная функция $i(t)$

1. Аппроксимация импульса

Наиболее подходящей функцией для аппроксимации импульса подобной формы является функция Бесселя, исходный вид которой выглядит следующим образом [6]:

$$J_v(t) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!(v+m)!} \cdot \left(\frac{t}{2}\right)^{2m+v},$$

где v – это порядок функции, m – количество учитываемых слагаемых.

На рис. 2 показаны графики функции Бесселя для $v = 0, 1, 2$.

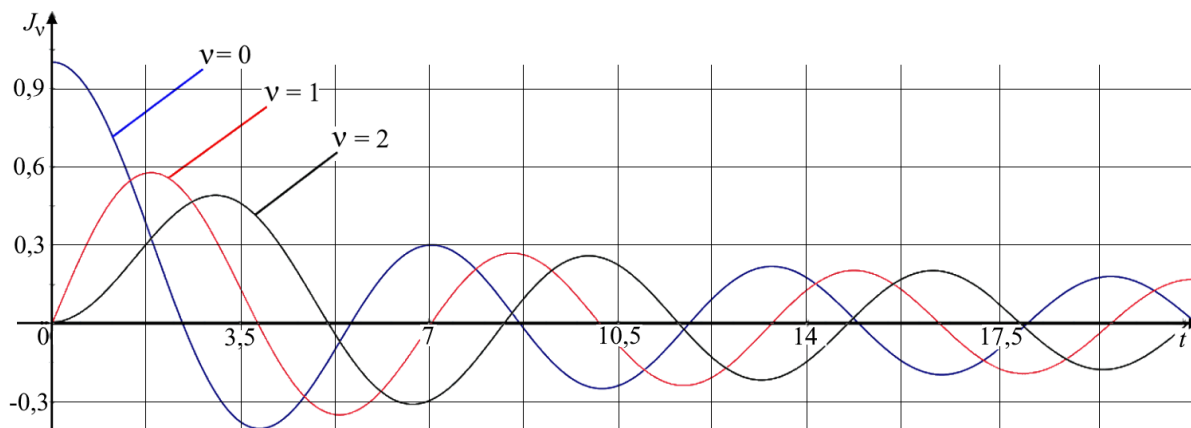


Рис.2 – Функции Бесселя порядков 0, 1, 2

Форма импульса $i(t)$, берущая своё начало в нулевой точке, а затем резко увеличивающаяся до максимума, говорит о том, что наиболее точную аппроксимацию можно получить, используя порядок функции Бесселя $\nu = 1$.

В контексте задачи разложения импульса тока $i(t)$ в ряд Фурье-Бесселя необходимо определить наиболее оптимальный способ аппроксимации импульса с точки зрения получения лучшей точности аппроксимации и наилучшего быстродействия её выполнения [7].

Проведена аппроксимация импульса тока $i(t)$ с использованием ряда Фурье-Бесселя. Графики исходного сигнала $i(t)$ и его аппроксимация $i^{approx}(t)$ при 10 коэффициентах разложения представлены на рис. 3.

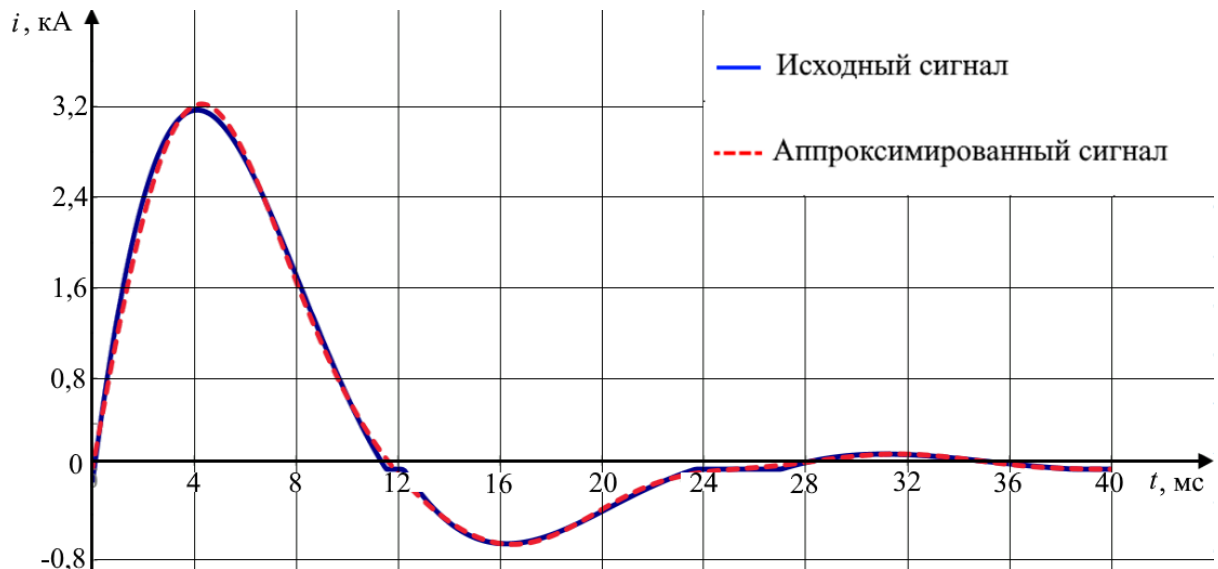


Рис. 3 – Исходный сигнал и его аппроксимация

Помимо количества k коэффициентов аппроксимации, на погрешность влияет и количество точек l исходной функции $i(t)$, используемых при построении аппроксимирующего выражения.

2. Исследование погрешности аппроксимации кривой $i(t)$

Проведено исследование степени влияния количества k коэффициентов разложения в ряд Фурье-Бесселя и количества точек l , используемых при построении аппроксимирующего выражения, на погрешность аппроксимации кривой $i(t)$.

Для вычисления погрешности аппроксимации можно использовать аналитические выражения, позволяющие оценивать соотношения между исходной функцией и её приближениями в виде частичной суммы ряда [8]:

$$i(t) = \sum_{m=1}^k a_k \cdot J_\nu(t) + \sum_{m=k+1}^{\infty} a_k \cdot J_\nu(t), \quad (1)$$

где $\sum_{m=1}^k a_k \cdot J_\nu(t)$ – частичная сумма ряда Фурье-Бесселя, определяемая количеством k учитываемых слагаемых ряда и коэффициентами разложения a_k ; $\sum_{m=N}^{\infty} a_k \cdot J_\nu(t)$ – неучитываемый остаток. Соответственно, уменьшение количества слагаемых N ведёт к увеличению ошибки приближённого равенства.

Для того, чтобы оценить влияние на погрешность количества точек l , используемых при построении аппроксимирующего выражения, необходимо подобрать такую частоту дискретизации сигнала, которая удовлетворяет условию:

$$T/l \ll T,$$

где T – период протекания функции. При этом, важно учитывать скорость изменения функции $i(t)$, что можно сделать, используя выражение [9]:

$$\Delta i = i'(t) \cdot \frac{T}{l}, \quad (2)$$

где Δi – максимальный прирост функции.

Из выражения (2) получаем:

$$l = \frac{i'(t) \cdot T}{\Delta i},$$

Приведённые выше аналитические выражения (1) и (2) не позволяют оценить взаимное влияние рассматриваемых факторов на погрешность аппроксимации. Оценить взаимное влияние рассматриваемых факторов можно, построив регрессионную модель, используя теорию планирования эксперимента.

Искомая регрессионная модель должна отражать зависимость погрешности аппроксимации δ от факторов: количества коэффициентов разложения в ряд Фурье-Бесселя k и количества точек l , используемых при построении аппроксимирующего выражения. Регрессионная модель в общем виде выглядит следующим образом:

$$\delta = b_0 + b_1 \cdot l + b_{11} \cdot l^2 + b_2 \cdot k + b_{22} \cdot k^2 + b_{12} \cdot k \cdot l,$$

где $b_0, b_1, b_2, b_{11}, b_{22}, b_{12}$ – коэффициенты уравнения регрессии, определяющие влияние на отклик факторов, их квадратов и их взаимное влияние.

Исследуемая погрешность вычислялась по формуле:

$$\delta = 100 \cdot \frac{\sum_{y=0}^{l-1} |i_y - i_y^{approx}|}{\sum_{y=0}^{l-1} |i_y|},$$

где y – номер точки; i_y – величина амплитуды исходной кривой в точке y ; i_y^{approx} – величина амплитуды аппроксимированной кривой в точке y .

Для этого построена регрессионная модель зависимости погрешности δ , выбранной в качестве отклика, от количества k коэффициентов разложения в ряд Фурье-Бесселя и количества точек l , используемых при построении аппроксимирующего выражения, выбранных в качестве факторов.

Для планирования эксперимента использован ортогональный центрально-композиционный план (ОЦКП) [10-11].

Общее количество точек составляет:

$$N = 2^n + 2 \cdot n + n_0 = 9,$$

где n – количество факторов ($n = 2$), $n_0 = 1$ для ОЦКП.

Плечо «звездных» точек $\alpha = 1$. Значение фактора l в центре плана принято равным 250, интервал варьирования и звездное плечо – 200; значение фактора k в центре плана фактора принято равным 7, интервал варьирования и звездное плечо – 3. Кратность повторных опытов – 3.

Матрица планирования эксперимента представлена в таблице 1.

Таблица 1. Матрица планирования

№	X_1	l , шт.	X_2	k , шт.	δ , %
1	[+]	450	[+]	10	4,015
2	[+]	450	[+]	10	4,055
3	[+]	450	[+]	10	3,975
4	[-]	50	[+]	10	4,522
5	[-]	50	[+]	10	4,567
6	[-]	50	[+]	10	4,477
7	[+]	450	[-]	4	53,384
8	[+]	450	[-]	4	53,918
9	[+]	450	[-]	4	52,850
10	[-]	50	[-]	4	56,017
11	[-]	50	[-]	4	56,577
12	[-]	50	[-]	4	55,457
13	[+ α]	450	[0]	7	13,823
14	[+ α]	450	[0]	7	13,961
15	[+ α]	450	[0]	7	13,685
16	[- α]	50	[0]	7	14,950
17	[- α]	50	[0]	7	15,100
18	[- α]	50	[0]	7	14,801
19	[0]	250	[+ α]	10	4,024
20	[0]	250	[+ α]	10	4,064
21	[0]	250	[+ α]	10	3,984
22	[0]	250	[- α]	4	53,649
23	[0]	250	[- α]	4	54,185
24	[0]	250	[- α]	4	53,113
25	[0]	250	[0]	7	13,910
26	[0]	250	[0]	7	14,049
27	[0]	250	[0]	7	13,771

Анализ влияния факторов проводился в программном пакете статистического анализа *Statistica* [12]. Листинг с оценкой адекватности модели для кривой $i(t)$ представлен на рис. 4.

Дисперсионный анализ; Прм.: Y; R-кв.=,99978;Скор.,99973 (Таблица данных3) 2 факторы, 1 Блоки;SS чист.ошиб.= ЗП Y					
Фактор	SS	сс	MS	F	p
(1)/(L)	9,10	1	9,10	86,0	0,000000
l(K)	2,09	1	2,09	19,8	0,000311
(2)a(L)	11323,47	1	11323,47	106973,2	0,000000
a(K)	1357,36	1	1357,36	12823,0	0,000000
1L на 2L	3,39	1	3,39	32,0	0,000023
Потеря согл.	0,89	3	0,30	2,8	0,070049
Чист. ошибка	1,91	18	0,11		
Общая SS	12698,21	26			

Рис. 4 – Дисперсионный анализ сигнала $i(t)$

Нижнее число в столбце «F» – это расчётное значение критерия Фишера $F_{расч} = 2,8$. Оно меньше табличного значения критерия Фишера $F_{расч} = 3,2$, взятого для степеней свободы $f_1 = 3, f_2 = 18$. Что говорит об адекватности полученной модели.

На рис. 5 и 6 представлены листинги результатов регрессионного анализа, на которых видно, что факторы l и k первого (*Linear*) и второго (*Quadratic*) порядка значимы.

Оценки эффектов; R-кв.=,99978;Скор.,99973 (Таблица данных3) 2 факторы, 1 Блоки;SS чист.ошиб.= ЗП Y										
Фактор	Эффект	Ст.Ош. Чис. Ош.	t(18)	p	-95, % Дов.Пред	+95, % Дов.Пред	Козф.	Ст.Ош. Козф.	-95, % Дов.Пред	+95, % Дов.Пред
Сред/Св.член	13,8338	0,140009	98,806	0,000000	13,5396	14,1279	13,8338	0,140009	13,5396	14,1279
(1)/(L)	-1,4223	0,153372	-9,274	0,000000	-1,7446	-1,1001	-0,7112	0,076686	-0,8723	-0,5501
l(K)	1,1817	0,265648	4,448	0,000311	0,6236	1,7398	0,5908	0,132824	0,3118	0,8699
(2)a(L)	-50,1630	0,153372	-327,068	0,000000	-50,4852	-49,8408	-25,0815	0,076686	-25,2426	-24,9204
a(K)	30,0817	0,265648	113,239	0,000000	29,5236	30,6398	15,0408	0,132824	14,7618	15,3199
1L на 2L	1,0630	0,187842	5,659	0,000023	0,6684	1,4576	0,5315	0,093921	0,3342	0,7288

Рис. 5 – Регрессионный анализ сигнала $i(t)$

Регрессия; R-кв.=,99978;Скор.,99973 (Таблица данных3) 2 факторы, 1 Блоки;SS чист.ошиб.= ЗП Y						
Фактор	Регрес. Козф.	Ст.Ош. Чис. Ош.	t(18)	p	-95, % Дов.Пред	+95, % Дов.Пред
Сред/Св.член	157,6086030	0,732835	215,067	0,000000	156,0690	159,1482
(1)/(L)	-0,0171421	0,002026	-8,461	0,000000	-0,0214	-0,0129
l(K)	0,0000148	0,000003	4,448	0,000311	0,0000	0,0000
(2)a(L)	-31,9788102	0,211836	-150,960	0,000000	-32,4239	-31,5338
a(K)	1,6712037	0,014758	113,239	0,000000	1,6402	1,7022
1L на 2L	0,0008858	0,000157	5,659	0,000023	0,0006	0,0012

Рис. 6 – Регрессионный анализ сигнала $i(t)$

Уравнение регрессии в кодированных значениях факторов имеет вид:

$$\delta = 13,83 - 0,71 \cdot X_1 + 0,59 \cdot X_1^2 - 25,08 \cdot X_2 + 15,04 \cdot X_2^2 + 0,53 \cdot X_1 \cdot X_2 \quad (1)$$

Уравнение регрессии для физических значений факторов имеет вид:

$$\delta = 157,61 - 171,42 \cdot 10^{-4} \cdot l + 0,15 \cdot 10^{-4} \cdot l^2 - 31,98 \cdot k + 1,67 \cdot k^2 + 8,86 \cdot 10^{-4} \cdot k \cdot l \quad (2)$$

Заключение

Проведенный эксперимент и полученная регрессионная модель позволяют судить о том, как влияют количество k коэффициентов разложения в ряд Фурье-Бесселя и количество точек l , используемых при построении аппроксимирующего выражения на погрешность аппроксимации кривой $i(t)$.

1. Выражение (1) показывает, что наиболее значимым является фактор – количество k коэффициентов разложения. Влияние количества точек l , используемых при построении аппроксимирующего выражения, на погрешность аппроксимации менее значимо, и оно соизмеримо с взаимным влиянием двух факторов на отклик.

2. Выражение (2) позволяет выбрать количество k коэффициентов разложения в ряд Фурье-Бесселя и количество точек l , используемых при построении аппроксимирующего выражения, при заданной допустимой погрешности аппроксимации кривой $i(t)$.

3. Выражения (1) и (2) показывают, что погрешность аппроксимации нелинейно зависит от исследованных факторов.

Литература

1. Семенякина А.А., Никитина А.В., Хачунц Д.С., Кузнецова И.Ю., Проценко С.В. Аппроксимация 3-й краевой задачи схемами повышенного порядка точности // Инженерный вестник Дона, 2015, № 4. URL: ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_140_Semenyakina.pdf_85773a017f.pdf

2. Lankin A.M., Lankin M.V., Naugolnov O.A. Approximation of family basic magnetization curves of the magnetic electrical devices for the solution of inverse problems of the diagnostics. In *Procedia Engineering*. 2016. С. 1020-1026.
 3. Нестерин В.А., Тойдеряков А.А., Андреев В.Н. Импульсный коэрцитиметр с улучшенными точностными параметрами. *Электротехника*, №10, 1999, С. 44–46.
 4. Король В.И., Ланкин М.В., Ланкин А.М. Метод определения магнитных характеристик высококоэрцитивных постоянных магнитов с применением вейвлет-преобразования // *Инженерный вестник Дона*, 2021, № 6. URL: www.ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_5__6_Korol_Lankin_Lankin.pdf_41e278648c.pdf
 5. Амелина М.А., Амелин С.А. Программа схемотехнического моделирования Micro-Cap. Версии 9, 10. Смоленск, Смоленский филиал НИУ МЭИ, 2012, 617 с.
 6. Зубов В.И. Функции Бесселя. Учебно-методическое пособие. М.: МФТИ, 2007, 51с.
 7. Gladkikh S., Lankin A. and Lankin I., "Processing Method for Complex Characteristics of Electromagnetic Devices," 2022 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM), 2022, pp. 670-674, doi: 10.1109/ICIEAM54945.2022.9787123.
 8. Ляхов Л.Н., Рощупкин С.А. Полное преобразование Фурье-Бесселя некоторых основных функциональных классов. Воронеж, Научные ведомости №12, 2013, С. 85-92.
 9. Коберниченко В. Г. Основы цифровой обработки сигналов. Екатеринбург Издательство Уральского университета, 2018, 156 с.
 10. Сидняев Н.И. Теория планирования эксперимента и анализ статистических данных. М.: Юрайт, 2019, 49 с.
 11. Макаричев Ю.А., Иванников Ю.Н. Методы планирования эксперимента и обработки данных. Самара, СГТУ, 2016, 132 с.
-

12. Боровиков В.П. STATISTICA. Искусство анализа данных на компьютере. СПб.: Питер, 2003, 688 с.

References

1. Semenyakina A.A., Nikitina A.V., Khachunts D.S., Kuznetsova I.Yu., Protsenko C.V. Inzhenernyj vestnik Dona, 2015, № 4, URL: ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_140_Semenyakina.pdf_85773a017f.pdf
2. Lankin A.M., Lankin M.V., Naugolnov O.A. In Procedia Engineering. 2016. pp. 1020-1026.
3. Nesterin V.A., Toideryakov A.A., and Andreev V.N. Elektrotehnika, vol. 10, 1999, pp. 44–46.
4. Korol V.I., Lankin M.V., Lankin A.M. Inzhenernyj vestnik Dona, 2021, № 6, URL: www.ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_5__6_Korol_Lankin_Lankin.pdf_41e278648c.pdf
5. Amelina M.A., Amelin S.A. Programma sxemotekhnicheskogo modelirovaniya Micro-Cap. Versii 9, 10 [Micro-Cap circuit modeling program. Versions 9, 10]. Smolensk, Smolenskij filial NIU MEI, 2012, 617 p.
6. Zubov V.I. Funktsii Besselya. Uchebno-metodicheskoe posobie. M.: MFTI, 2007, 51 p.
7. Gladkikh S., Lankin A. and Lankin I. 2022 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM), 2022, pp. 670-674, doi: 10.1109/ICIEAM54945.2022.9787123.
8. Lyakhov L.N., Roshhupkin S.A. Polnoe preobrazovanie Fourier-Besselya nekotorykh osnovnykh funktsionalnykh klassov [Complete Fourier-Bessel transformation of some basic functional classes]. Voronezh, Nauchnye vedomosti №12, 2013, pp. 85-92.
9. Kobernichenko V. G. Osnovy cifrovoj obrabotki signalov [Fundamentals of Digital signal Processing]. Ekaterinburg Izdatelstvo Uralskogo universiteta, 2018, 156 p.



10. Sidnyaev N.I. Teoriya planirovaniya eksperimenta i analiz statisticheskikh dannykh [Theory of experiment planning and statistical data analysis]. M.: Yurayt, 2019, 49 p.
11. Makarichev Yu.A., Ivannikov Yu.N. Metody planirovaniya eksperimenta i obrabotki dannykh [Methods of experiment planning and data processing]. Samara, SGTU, 2016, 132 p.
12. Borovikov V.P. STATISTICA. Iskusstvo analiza dannykh na kompyutere [The Art of data analysis on a computer]. SPB.: Piter, 2003, 688 p.