

---

## Моделирование взаимодействия шины колеса с опорным основанием опорно-ходового модуля

*А.В. Скрынников, А.В. Шихин, А.А. Попов, В.Н. Сидоров*

*Калужский филиал «Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана»*

**Аннотация:** В данной работе представлены результаты исследования взаимодействия шины колеса с опорной поверхностью опорно-ходового модуля при движении колесной машины. Приводится математическая модель движения колеса по опорному основанию опорно-ходового модуля. Для этого была представлена расчетная схема движения колеса по опорной поверхности опорно-ходового модуля, а также приведены уравнения: динамики ведущего колеса; нормальной реакции и вектора реакции взаимодействия шины колеса с опорным основанием; коэффициента трения частичного скольжения для связанных грунтов и коэффициента буксования. Имитационное моделирование осуществлено с помощью среды MATLAB Simulink, которая позволяет на основе заданной математической модели проводить исследования разрабатываемой системы.

**Ключевые слова:** шина колеса, опорно-ходовой модуль, колесная машина, MATLAB Simulink, математическая модель, моделирование.

**Введение.** Моделирование – один из важнейших этапов проектирования любого технического объекта, позволяющий заменить или значительно сократить этапы наладки и натурных испытаний объекта. Роль моделирования особенно важна, когда натурные испытания дороги и опасны, как, например, испытания космических аппаратов, химических и ядерных реакторов и других сложных объектов.

Под моделированием будем понимать процесс, состоящий в выявлении основных свойств исследуемого объекта, построении моделей и их применении для прогнозирования поведения объекта [1].

С помощью моделирования можно исследовать динамические системы – это такие физические системы, состояние которых изменяется во времени и которые описываются системами дифференциальных уравнений.

Исследование динамической системы сводится к решению системы дифференциальных уравнений, т. е. к определению всех выходных функций при различных входных воздействиях.

**Целью данной работы** является исследование взаимодействия шины колеса с опорным основанием опорно-ходового модуля и создание модели с помощью среды MATLAB Simulink. Это необходимо для разработки расчета динамической модели колесной машины, который используется при производстве эффективной системы поддрессоривания [2 – 4].

**Методы.** Математическую модель движения колеса по опорному основанию опорно-ходового модуля составляют дифференциальные уравнения, которые связывают кинематические параметры и внешние возмущения [5].

Расчетная схема движения колеса по опорной поверхности опорно-ходового модуля представлена на рис.1 [6].

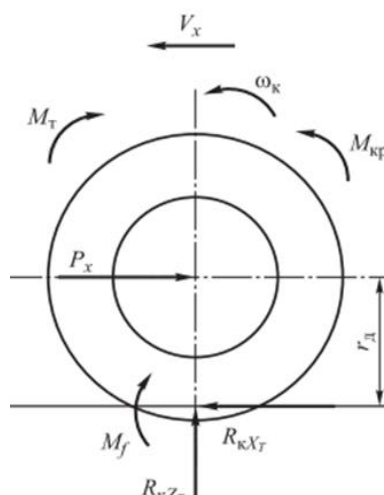


Рис. 1. – Расчетная схема движения колеса по опорному основанию

На нем изображены основные силы и величины, используемые при расчете, а именно:  $V_x$  – проекция вектора линейной скорости точки крепления центра колеса к корпусу;  $R_{кX_T}$  и  $R_{кZ_T}$  – проекции силы взаимодействия колеса с опорным основанием опорно-ходового модуля;  $M_T$  – тормозной момент на колесе;  $M_{кр}$  – крутящий момент, подводимый к колесу;  $\omega_k$  – угловая скорость вращения колеса;  $r_d$  – расстояние от оси вращения колеса

до опорной поверхности;  $P_x$  – тяговая сила, которая действует со стороны автомобиля на колесо;  $M_f$  – момент сопротивления качению колеса.

Динамика ведущего колеса описывается системой уравнений (1):

$$\begin{cases} J_{ki} \cdot \dot{\omega}_{ki} = M_{kpi} - M_i \\ M_i = R_{kiX_T} \cdot r_d + M_{Ti} + M_{fi} \end{cases} \quad (1)$$

где  $J_{ki}$  – момент инерции колеса относительно оси вращения;  $M_{kpi}$  – крутящий момент, подводимый к ведущему колесу;  $M_{Ti}$  – тормозной момент на  $i$ -м колесе;  $M_{fi}$  – момент сопротивления качению  $i$ -го колеса;  $R_{kiX_T}$  – проекция силы взаимодействия  $i$ -го колеса с опорным основанием опорно-ходового модуля;  $r_d$  – расстояние от оси колеса до опорной поверхности;  $\dot{\omega}_{ki}$  – первая производная от угловой скорости вращения  $i$ -го колеса;  $M_i$  – суммарный момент сопротивления вращению  $i$ -го колеса.

Дополнительный момент сопротивления качению колеса  $M_f$  обусловлен смещением радиальной реакции опорной поверхности [7].

Вектор реакции в пятне контакта  $i$ -го колеса с опорным основанием опорно-ходового модуля рассчитывается по формуле (2):

$$R_{ki} = -\mu_s |N_i| \frac{V_{CKi}}{|V_{CKi}|}, \quad (2)$$

где  $\mu_s$  – коэффициент трения частичного скольжения;  $N_i = R_{kZ_T}$  – нормальная реакция взаимодействия  $i$ -го колеса с опорным основанием;  $V_{CKi}$  – вектор скорости скольжения центра  $i$ -го колеса.

Нормальную реакцию взаимодействия колеса с опорной поверхностью опорно-ходового модуля определяют по формуле (3):

$$N_i = R_{kZ_T} = M_i \cdot g, \quad (3)$$

где  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$  – ускорение свободного падения;  $M_i$  – масса, приходящаяся на  $i$ -ое колесо.

Коэффициент трения частичного скольжения для связанных грунтов вычисляют по формуле (4):

$$\mu_S = \mu_{S_{amax}} \left( 1 - e^{\frac{S_K}{S_0}} \right) \left( 1 + e^{\frac{S_K}{S_1}} \right), \quad (4)$$

где  $S_K$  – коэффициент буксования;  $S_0$  и  $S_1$  – константы;  $\mu_{S_{amax}}$  – коэффициент трения полного скольжения для данного угла  $\alpha$  поворота вектора скорости скольжения.

Коэффициент буксования для тягового режима качения рассчитывается по формуле (5), а для тормозного или ведомого режимов качения – по формуле (6):

$$S_K = \frac{V_{KX_T} - \omega_K r_d}{\omega_K r_d}, \quad (5)$$

$$S_K = \frac{V_{KX_T} - \omega_K r_d}{V_{KX_T}}, \quad (6)$$

где  $V_{KX_T}$  – проекция вектора скорости центра колеса;  $r_d$  – расстояние от оси вращения колеса до опорной поверхности;  $\omega_K$  – угловая скорость вращения колеса.

**Результаты.** Имитационное моделирование в среде MATLAB Simulink позволяет на основе математической модели проводить всесторонние исследования разрабатываемой системы как в критических условиях, так и в аварийных сценариях. Тем самым происходит снижение затрат на дорогостоящие физические прототипы и увеличивается качество выпускаемой продукции, в следствии повышения точности расчетов [8 – 10].

Программный блок моделирования взаимодействия колеса с опорным основанием опорно-ходового модуля представлен на рис.2.

К входным сигналам в подсистему опорно-ходового модуля (ОХМ) относят:  $V_{k\_0}$  – вектор линейной скорости точки крепления центра колеса к корпусу;  $w\_k0$  – угловая скорость вращения колеса;  $\beta$  – угол поворота, управляемого колеса;  $R_z$  – вертикальная реакция в пятне контакта шины колеса с опорным основанием, которая находится при помощи произведения

массы  $M$ , приходящийся на одно колесо на  $g$  – ускорение свободного падения;  $M\_T$  – тормозной момент. К выходным же сигналам относят:  $P\_p\_1$  – реакции взаимодействия шины колеса с опорным основанием;  $M\_1$  – момент сопротивления вращению колеса.

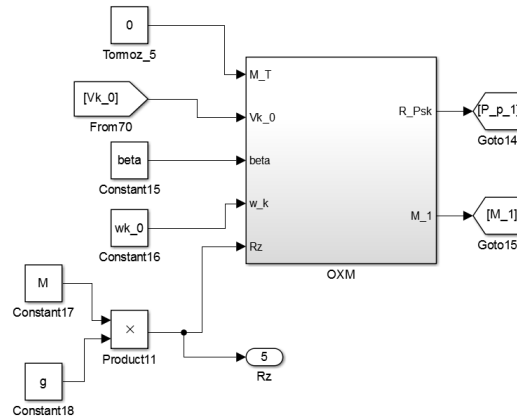


Рис. 2. – Программный блок моделирования взаимодействия колеса с опорным основанием опорно-ходового модуля

Блок опорно-ходового модуля ОХМ представляет собой подсистему, которая представлена на рис.3.

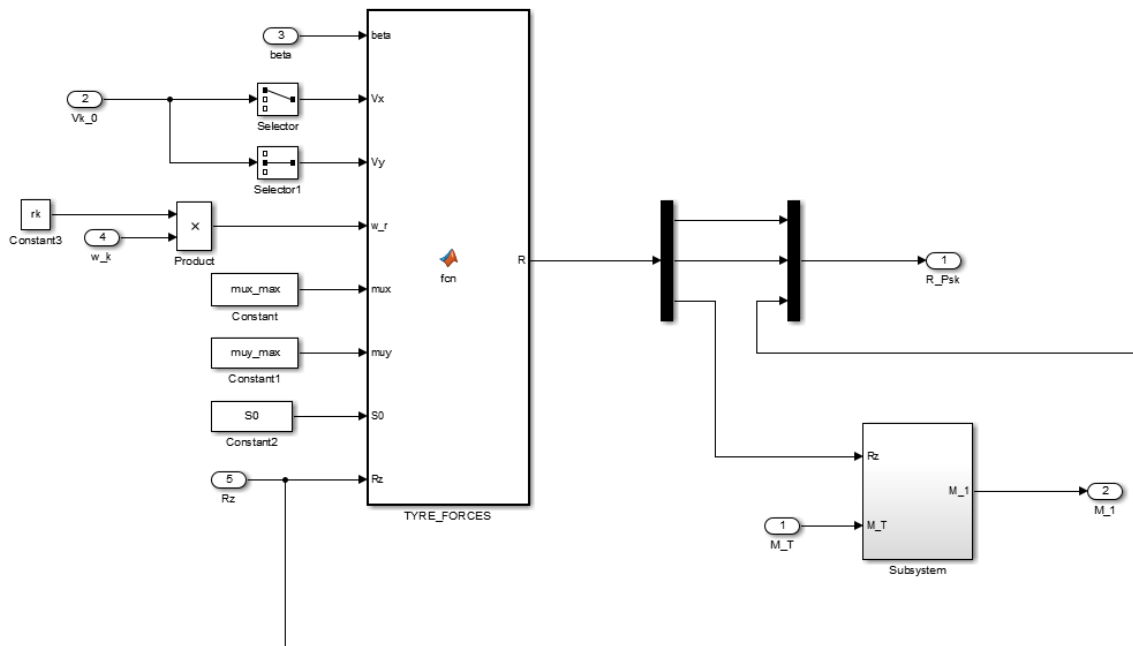


Рис. 3. – Подсистема опорно-ходового модуля

Блок «TYRE\_FORCES» служит для определения реакции в пятне контакта шины колеса с опорным основанием опорно-ходового модуля.

Блок реализован с помощью «MATLAB Function», в который заносится программный код, реализующий алгоритм вычисления реакции в пятне контакта. Программный код изображен на рис.4.

К входным сигналам в блок «TYRE\_FORCES» относят:  $V_x$  – проекция вектора линейной скорости точки крепления центра колеса к корпусу на ось  $X$ ;  $V_y$  – проекция вектора линейной скорости точки крепления центра колеса к корпусу на ось  $Y$ ;  $w_r$  – произведение угловой скорости вращения колеса  $w_k$  на расстояние от центра колеса до опорного основания  $r_k$ ;  $\mu_{ix\_max}$  ( $\mu_{ix}$ ),  $\mu_{iy\_max}$  ( $\mu_{iy}$ ) – максимальные коэффициенты сцепления при полном скольжении по осям  $X$  и  $Y$ ;  $S_0$  – константа, характеризующая свойства опорного основания;  $R_z$  – вертикальная реакция в пятне контакта шины с опорным основанием;  $\beta$  – угол поворота управляемого колеса. К выходному сигналу относится  $R$  – вектор реакции в пятне контакта шины колеса с опорным основанием.

```
function R = fcn(beta,Vx,Vy,w_r,mux,muy,S0,Rz)
%#codegen
Vxt=Vx*cos(beta)+Vy*sin(beta); %вычисление проекции скорости центра колеса на ось X
Vyt=-Vx*sin(beta)+Vy*cos(beta); %вычисление проекции скорости центра колеса на ось Y
V_sk=Vxt-w_r; %вычисление проекции скорости скольжения центра колеса на ось X
Vl=sqrt(Vyt*Vyt+V_sk*V_sk); %вычисление модуля вектора скольжения
%вычисление коэффициента трения частичного скольжения
mu=0;
c_alfa=1;
s_alfa=1;
if abs(Vl)>0
    c_alfa=V_sk/Vl;
    s_alfa=Vyt/Vl;
    mu1=sqrt((c_alfa*muy)^2+(s_alfa*mux)^2);
    c=abs(w_r); %тяговый режим
    if V_sk>0
        c=abs(Vxt); %тормозной или ведомый режим
    end
    if c=0
        c=0.001;
    end
    S=-Vl/c/S0; %Коэффициент буксования
    mu2=1-exp(S);
    mu2=mu2*mux*muy;
    mu=mu2/mu1;
end
%вычисление реакций в пятне контакта шины с опорной основанием
Rxt=-Rz*mu*c_alfa; %проекция на ось X
Ryt=-Rz*mu*s_alfa; %проекция на ось Y
Rx=Rxt*cos(beta)-Ryt*sin(beta); %проекция на ось X
Ry=-Rxt*sin(beta)+Ryt*cos(beta); %проекция на ось Y
R = [Rx;Ry;Rxt];
```

Рис. 4. – Программный код блока «TYRE\_FORCES»

Блок «Selector» необходим для переключения между параметрами, чтобы выбрать нужную составляющую вектора линейной скорости точки крепления центра колеса к корпусу  $V_x$  и  $V_y$ .

Блок определения суммарного момента сопротивления вращению представлен на рис.5. На него подается значение тормозного момента  $M_T$ , оно имеет постоянное значение и задается блоком «Constant» и  $R_z$  – проекция реакции в пятне контакта шины колеса с опорным основанием.

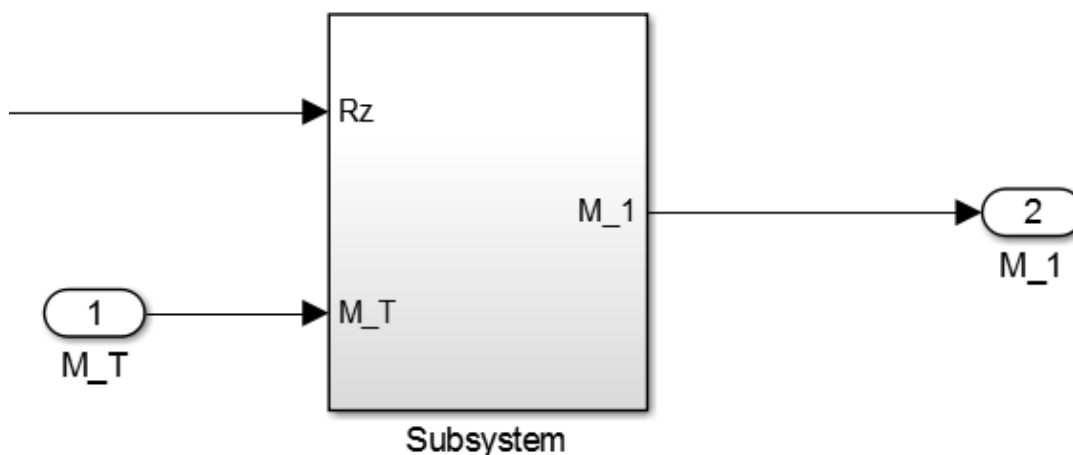


Рис. 5. – Блок определения суммарного момента сопротивления вращению

Блок «Subsystem» изображен на рис.6.

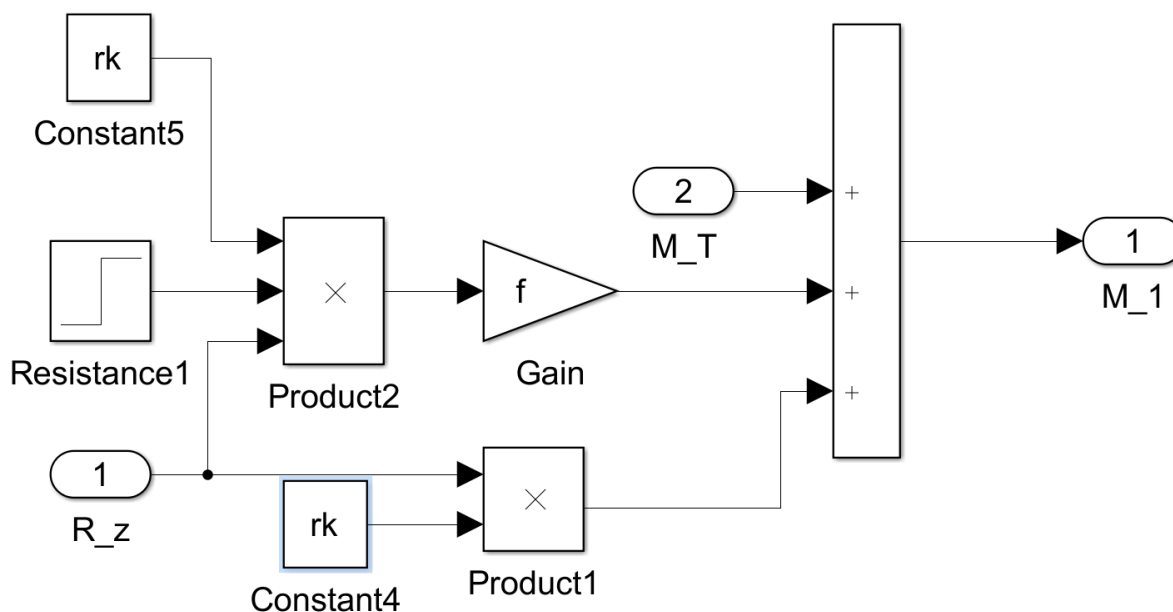


Рис. 6. – Определение момента сопротивления вращению

Блок «Resistance 1» – значение сопротивления качению колеса (задается единицей, так как сопротивление либо есть, либо его нет). Далее перемножаем этот блок с  $r_k$  – расстоянием от оси колеса до опорной поверхности опорно-ходового модуля и  $R_z$  – проекцией реакции в пятне контакта, и умножаем полученное выражение на коэффициент  $f$  с помощью блока «Gain», в итоге получаем дополнительный момент сопротивления вращению колеса  $M_{fi}$ .

Значение момента реакции поверхности определяем с помощью перемножения  $r_k$  и  $R_z$ .

С помощью блока сложения суммируем все полученные выражения и получаем значение  $M_i$  – суммарный момент сопротивления.

**Заключение.** В работе была построена математическая модель движения колеса по опорному основанию опорно-ходового модуля и на ее основе проведено имитационное моделирование в среде MATLAB Simulink. С помощью данной модели были получены необходимые данные для разработки расчета динамической модели колесной машины, который используется при производстве эффективной системы поддрессоривания. Также было замечено, что при использовании MATLAB Simulink происходит снижение затрат на дорогостоящие физические прототипы и увеличивается качество выпускаемой продукции, в следствии повышения точности расчетов.

### Литература

1. Мокий М.С. Методология научных исследований. М.: Юрайт, 2015. 255 с.
2. Агейкин Я.С., Вольская Н.С. Теория автомобиля. М.: МГИУ, 2008. 308 с.
3. Bekker M.G. Introduction to terrain-vehicle systems. Ann Arbor: University of Michigan Press, 1969. 520 p.



4. Яценко Н.Н. Поглощающая и сглаживающая способность шин. М.: Машиностроение, 1978. 132 с.
5. Рыков С.П. Методы моделирования и оценки поглощающей и сглаживающей способности пневматических шин в расчетах подвески и колебаний колесных машин. Братск: БрГТУ, 2005. 430 с.
6. Wong J.Y. Theory of Ground Vehicles. New York: Wiley IEEE, 2001. 560 p.
7. Бидерман В.Л., Гуслицер Р.Л. Автомобильные шины. М.: Госхимиздат, 1963. 384 с.
8. Полковникова Н.А. Научные и инженерные расчеты в среде Matlab. М.: МОРКНИГА, 2019. 143 с.
9. Сидорова А.В., Степин П.И., Сидоров В.Н. Имитационное моделирование колебаний центра масс колесной машины с помощью программы Simulink // Инженерный вестник Дона. 2020. № 4. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2020/6395.
10. Сидоров М.В., Сидоров В.Н. Имитационное моделирование работы трансмиссии трактора МТЗ-82 в среде Simulink // Инженерный вестник Дона. 2020. № 12. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/12y2020/6709.

### References

1. Mokij M.S. Metodologiya nauchnyh issledovanij. [Research Methodology]. М.: YUrajt, 2015. 255 p.
2. Agejkin YA.S., Vol'skaya N.S. Teoriya avtomobilya. [Theory of the car]. М.: MGIU, 2008. 308 p.
3. Bekker M.G. Introduction to terrain-vehicle systems. Ann Arbor: University of Michigan Press, 1969. 520 p.



4. YAcenko N.N. Pogloshchayushchaya i sglazhivayushchaya sposobnost' shin. [Absorbent and smoothing capacity of tires]. M.: Mashinostroenie, 1978. 132 p.
5. Rykov S.P. Metody modelirovaniya i ocenki pogloshchayushchej i sglazhivayushchej sposobnosti pnevmaticheskikh shin v raschetah podveski i kolebanij kolesnyh mashin. [Methods for modeling and evaluating the absorbing and smoothing capacity of pneumatic tires in the calculations of the suspension and oscillations of wheeled vehicles]. Bratsk: BrGTU, 2005. 430 p.
6. Wong J.Y. Theory of Ground Vehicles. New York: Wiley IEEE, 2001. 560 p.
7. Biderman V.L., Guslicer R.L. Avtomobil'nye shiny. [Automobile tires]. M.: Goskhimizdat, 1963. 384 p.
8. Polkovnikova N.A. Nauchnye i inzhenernye raschety v srede Matlab. [Scientific and engineering calculations in the Matlab]. M.: MORKNIGA, 2019. 143 p.
9. Sidorova A.V., Stepin P.I., Sidorov V.N. Inzhenernyj vestnik Dona. 2020. № 4. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2020/6395](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n4y2020/6395).
10. Sidorov M.V., Sidorov V.N. Inzhenernyj vestnik Dona. 2020. № 12. URL: [ivdon.ru/ru/magazine/archive/12y2020/6709](http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/12y2020/6709).